

Moderní metody nastavení PID regulátorů

Část I: Procesy s přechodovou charakteristikou typu „S“

Více než v 95 % průmyslových regulačních obvodů dominují PID regulátory, ve většině případů s vypnutou derivační složkou. Existuje několik desítek pravidel pro jejich nastavení. K používaným pravidlům patří zejména nastavení podle skokových odezv. Klasická pravidla nastavení (např. Ziegler-Nicholovo, Cohen-Coonovo) vedou až k 50% přeregulování a kmitavým regulačním odezvám, typicky s tlumícím faktorem $\zeta = 0,2$, což často bývá v rozporu s danými technologickými požadavky. Taková nastavení proto obsluhu regulátorů neakceptují. Přednost dávají robustnímu nastavení regulátoru, které vede v rámci dané aplikace k minimálnímu přeregulování a rozumně rychlé a stabilní regulaci. V tom vidí možný ekonomický přínos. Předkládaný článek se snaží zachytit tento trend a srozumitelnou formou uvést odpovídající pravidla vyvinutá v posledních letech na základě několika desetiletí zkušeností. Část I se soustředí na nová nastavení PI a PID regulátorů pro procesy se skokovými odezvami ve tvaru „S“ (self-regulating processes, procesy s autoregulací), část II na nastavení pro integrační procesy.

1. Kdy lze PID regulátor použít

V požadavcích na činnost v regulačním obvodu může figurovat více cílů, často i protichůdných. Jsou jimi např. sledování žádané hodnoty, potlačení působení poruch, necitlivost ke změnám parametrů procesu a k šumu měření, rychlost regulace, stabilita odezvy apod. Dalšími významnými aspekty s vlivem na kvalitu regulace jsou dynamika regulovaného procesu, omezení akčních členů a charakteristika poruch. Nastavení regulátoru potom bývá určitým kompromisem. Častý je např. kompromis mezi požadavkem na rychlou regulaci, potřebou dobré stability odezvy a minimálního přeregulování.

Může se zdát překvapivé, že relativně jednoduché PID regulátory zvládají tak dobře všechny tyto situace. Většinu průmyslových procesů přijatelně regulují právě PID regulátory [1], [2], [3]. Dále je zajímavé, že většina z těchto regulátorů je použita pouze jako PI regulátory, derivační složka regulátoru zůstává často vypnutá [2].

Lze ukázat, že PI regulátory jsou vhodné pro všechny procesy, kterým dominuje dynamika prvního řádu. Příkladem může být regulace v nádržích reaktorů. PID regulátory také plně postačí k regulaci procesů s dynamikou druhého řádu. Složitější regulátory zde nic navíc nepřinesou. Naopak se zde může pozitivně projevit derivační složka regulátoru, zvláště její urychlující účinek. To se pro-

jeví zejména u procesů s různou velikostí časových konstant. Typickým příkladem bývá regulace teploty.

Tab. 1. Vliv jednotlivých parametrů PID regulátoru na regulační činnost

Roste	Rychlost odezvy	Stabilita odezvy
K	zvyšuje	snižuje
T_1	snižuje	zvyšuje
T_D	zvyšuje	zvyšuje

PID regulátory lze také použít pro regulaci procesů vyššího řádu. Výsledkem v tomto případě budou regulační odezvy sice přijatelné, avšak ne příliš „přiléhavé“ k žádané hodnotě. Derivační složka zde má pozitivní vliv zejména na tlumení odezvy. Procesům vyššího řádu sice odpovídá nižší proporcionální zesílení PID regulátorů, avšak použijeme-li derivační složku, je možné např. dosáhnout zlepšené tlumení odezvy. Tím je možné zvětšit proporcionální zesílení regulátoru, které zase urychlí odezvu. Tab. 1 uvádí dominující vliv jednotlivých parametrů PID regulátoru na regulační činnost podle [2] (nemusí však platit pro procesy nízkého řádu). Z této tabulky je pěkně vidět protichůdnost v nastavení při celkem přirozeném požadavku na rychlé a stabilní odezvy. Rychlé odezvy vyžadují vyšší proporcionální zesílení regulátoru, což však snižuje stabilitu odezvy. Řád procesu vyšší než dva také může být dobrým důvodem k použití jiného regulátoru, než je právě PID regulátor. Použití PID regulátorů také není příliš vhodné pro procesy s dominantním dopravním zpožděním a pro kmitavé procesy, kde dominují komplexní póly.

2. Postup nastavení

Obvyklý postup nastavení PID regulátoru je následující: Rozpojme regulační obvod

(přejdeme od automatického režimu regulátoru na ruční režim) a aplikujeme skok akční veličiny na vstupu procesu. Zaznamenanou odezvu procesu aproximujeme skokovou odezvou tzv. tříparametrového modelu, tj. odezvou modelu s přenosem v Laplaceově transformaci

$$G(s) = \frac{K_P}{Ts+1} e^{-sL}$$

kde:

K_P je zesílení,
 L dopravní zpoždění,
 T časová konstanta.

Existuje řada vztahů (podle [4] přibližně 80), jak z těchto tří parametrů vypočítat parametry PI nebo PID regulátoru. V zásadě platí toto: Definujeme-li poměr

$$\tau = \frac{L}{L+T}$$

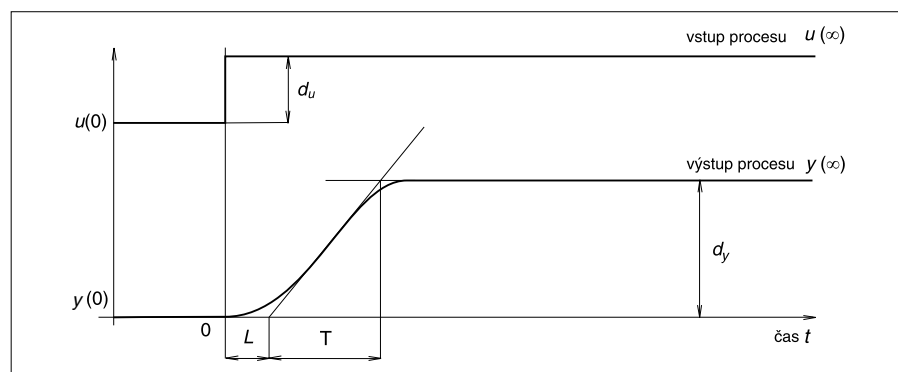
jistě platí

$$0 \leq \tau \leq 1$$

Konstanta τ se nazývá normalizované dopravní zpoždění (normalized dead time) [1]. Tuto konstantu je možné použít k popisu obtížnosti regulace procesu. Obtížnost regulace je úměrná právě velikosti τ . Zhruba řečeno, procesy s malým τ je snadné regulovat. Jak se zvyšuje, zvětšuje se i obtížnost regulace tohoto procesu. Bylo také experimentálně zjištěno [1], že čím vyšší je hodnota τ , tím hůře zpravidla funguje Ziegler-Nicholovo nastavení PI nebo PID regulátoru.

3. Stanovení tříparametrového modelu

Tříparametrový model se stanovuje buď graficky (časové parametry modelu L a T jsou vyznačeny na obr. 1), nebo výpočtem. V obou



Obr. 1. Aplikace skoku na vstupu procesu a jeho odezva: časové konstanty L a T tříparametrového modelu

případech stačí zaznamenat odezvu procesu y na skok řízení u . Pro zesílení K_p modelu platí

$$K_p = \frac{d_y}{d_u}$$

V případě, že počáteční hodnoty řízení $u(0) = 0$ a výstupu procesu $y(0) = 0$, potom také

$$K_p = \frac{y(\infty)}{u(\infty)}$$

kde symbolem ∞ označujeme ustálené hodnoty. Pro přírůstky vstupu procesu a výstupu procesu je asi vžitější používat symboly Δu a Δy než d_u a d_y . Použití „diferenciální“ symboly však naznačují, že může jít i o relativně malé změny v okolí pracovního bodu tak, aby významněji nenarušovaly daná technologická omezení.

Pro výpočet časových konstant L a T lze využít následující postup. Prvně vypočteme tzv. průměrnou dobu ustálení (*average residence time*) T_{ar} danou jako

$$T_{ar} = L + T$$

podle vztahu

$$T_{ar} = \int_0^{\infty} \frac{y(\infty) - y(t)}{y(\infty) - y(0)} dt$$

Po ustálení výstupu procesu bude

$$y(t) = y(\infty)$$

a přírůstky integrálu nulové. Za horní mez integrálu tedy můžeme dosadit čas ustálení výstupu procesu. Časovou konstantu tříparametrického modelu T vypočteme podle vztahu

$$T = \exp(1) \int_0^{T_{ar}} \frac{y(t) - y(0)}{y(\infty) - y(0)} dt$$

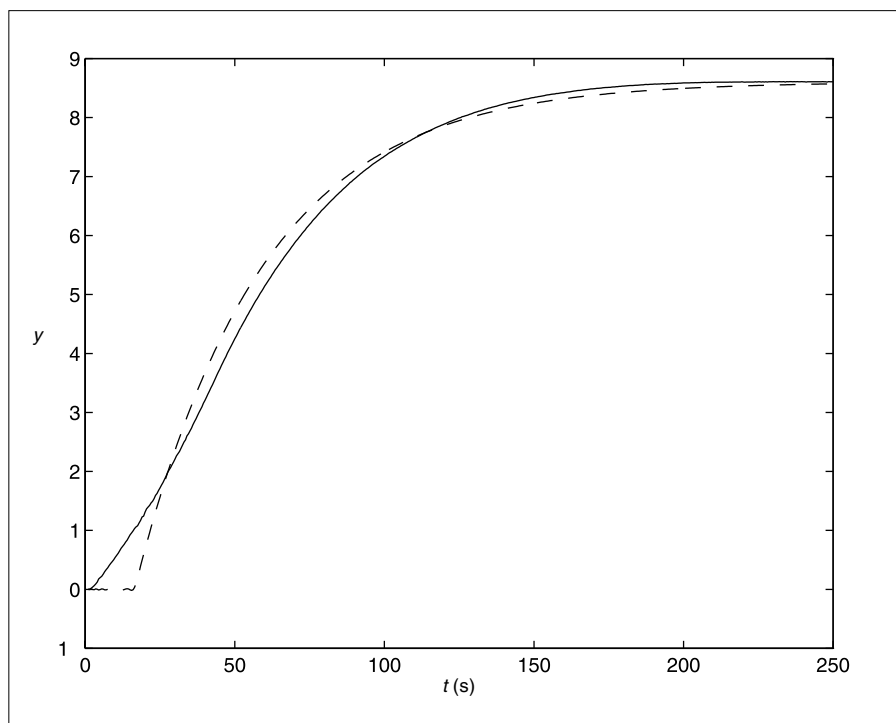
kde $\exp(1) = e^1 = 2,718\dots$, tj. základ přirozeného logaritmu. Začíná-li odezva na skok nulou, tj. $y(0) = 0$, uvedené vztahy se zjednoduší (viz příklad). Dopravní zpoždění tříparametrického modelu L je potom dáno jako rozdíl

$$L = T_{ar} - T$$

V praxi samozřejmě odezvu na skok vstupu vzorkujeme. Doba vzorkování volíme tak malou, abychom co nejdokonaleji napodobili spojitý regulátor. Výše uvedené integrály aproximujeme jednoduše součtem. Vše ukážeme na následujícím příkladu reálné odezvy na skok.

Příklad

Skutečná odezva na skok (viz obr. 2, plná čára) byla změřena na soustavě dvou sphažených vodních nádrží, přičemž regulovanou veličinou byla výška hladiny v jedné z nich.



Obr. 2. Skutečná odezva na skok vstupu (plně) a odezva odpovídajícího tříparametrického modelu (čárkovaně)

Doba vzorkování T_s , se kterou byly hodnoty odezvy zaznamenány, byla $T_s = 0,5$ s. Skok řízení u byl z 6 V na 9 V, čili $du = 3$ V. Odezva y tak je vektorem hodnot výstupu procesu, které jsou reakcí na skok vstupu. V daném případě měl tento vektor 499 hodnot zaznamenávaných každých 0,5 s. Pro ustálenou hodnotu zřejmě $y(\infty) = y(499)$, pro počáteční $y(0) = 0$. Aproximace vztahů pro výpočet tříparametrického modelu může být následující:

$$T_{ar} = T_s \sum_{i=1}^{499} \frac{y(499) - y(i)}{y(499)}$$

$$T = T_s \exp(1) \sum_{i=1}^{\lfloor \frac{T_{ar}}{T_s} \rfloor} \frac{y(i)}{y(499)}$$

$\lfloor \cdot \rfloor$ značí zaokrouhlení k nejbližšímu celému číslu.

Pro zesílení

$$K_p = \frac{y(499) - y(1)}{3} = \frac{8,6}{3} \approx 2,86$$

Odpovídající program v jazyce MATLAB je:

```
%Nacteni odezvy na skok
load y.mat -ascii;
%Zjisteni poctu vzorku
l=length(y);
%Zadani periody vzorkovani
Ts=input('Ts= ');
%Vypocet a zobrazeni prumerne
doby ustaleni Tar
Tar=Ts*sum((y(l)-y)/y(l))
%Pocet vzorku do prumerne doby
ustaleni
```

```
N=round(Tar/Ts);
%Vzorky do prumerne doby usta-
leni
ya=y(1:N);
%Vypocet a zobrazeni casove
konstanty T
T=Ts*exp(1)*sum(ya/y(1))
%Vypocet a zobrazeni dopravni-
ho zpozdenni L
L=Tar-T
%Vypocet a zobrazeni normali-
zovaneho dopravniho zpozdenni
Tau=L/Tar
```

Použitím tohoto programu dospějeme k následujícím parametrům modelu: $T_{ar} = 57,7$ s, $T = 42,2$ s, $L = 15,5$ s, $\tau = 0,27$. Jde tedy o relativně snadno regulovatelný proces. Odpovídající odezva na skok je čárkovaně vyznačena na obr. 2. Poznamenejme, že MATLAB je specializovaný program. K realizaci výpočtu lze také použít běžný tabulkový kalkulátor.

4. Výpočet parametrů regulátoru

Známe-li tříparametrický model, existuje několik desítek vztahů, jak na základě znalosti K_p , L a T PI nebo PID regulátor nastavit. Některé významné z poslední doby dále uvedeme zvlášť pro PI regulátor a PID regulátor. Jsou zaměřeny na regulační úlohu sledování žádané hodnoty. Při použití ke kompenzaci poruch lze vyjít ze stejného nastavení a postupně přejít k mírně „odvážnějšímu“ nastavení, tj. zpravidla mírně zvýšit zesílení regulátoru, popř. zmenšit integrační časovou konstantu.

Původním nastavením pro PI i PID regulátory je Ziegler-Nicholovo nastavení z roku 1942, uvedené např. v retrospektivě [6]. K podobným výsledkům vede i nastavení, které odvodili Cohen a Coon [3] v roce 1953. Pravidlům odpovídá typicky 50% přeregulování při skoku žádané hodnoty a tlumení odezvy odpovídající $\zeta = 0,2$ [1]. Takové odezvy často nevyhovují obsluze regulátorů ani daným technologickým požadavkům. Proto je v odborné literatuře nastavení PID regulátorů stále věnována poměrně velká pozornost. V poslední době lze hovořit dokonce o jisté renesanci poté, co se složitější regulátory v aplikacích nijak výrazně neprosadily a neprosazují. V následujícím textu je uveden výběr pravidel z poslední doby, která vedou k robustnímu nastavení PI nebo PID regulátoru z hlediska změn pracovních podmínek v regulačním obvodu a také k malému přeregulování, typicky ne více než 10%. Takové nastavení a tomu odpovídající odezvy obsluhy regulátorů zpravidla rády akceptují.

PI regulátory

Uvedeme vztahy, kterými se na základě znalosti K_p , L a T určují parametry PI regulátoru – proporcionální zesílení K a integrační časová konstanta T_I . PI regulátor uvažujeme ve tvaru

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\theta) d\theta \right]$$

kde e označuje regulační odchylku od žádané hodnoty w ,

$$e = w - y$$

a u je akční veličina (řízení).

- **Fruehauf a kol.** (1993) [4]:

$$K = \frac{5T}{9K_p L}$$

$$T_I = 5L$$

$$\text{pro } \frac{L}{T} < 0,33 \text{ a}$$

$$K = \frac{T}{2K_p L}$$

$$T_I = T$$

$$\text{pro } \frac{L}{T} \geq 0,33$$

Poslední vztah navrhli i **Smith a Corripio** v roce 1985 [4], a to pro celý rozsah L a T .

- **Aström a Hägglund** (1995) [1]:

$$K = 0,29 \frac{T}{K_p L} \exp(-2,7\tau + 3,7\tau^2)$$

$$T_I = 8,9L \exp(-6,6\tau + 3,0\tau^2)$$

kde τ je normalizované dopravní zpoždění. Tady lze ještě dosáhnout jistého zrychlení odezvy vážením žádané hodnoty při výpočtu regulační odchylky u proporcionální části. PI regulátor je potom ve tvaru

$$u = K \left[e_p + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\theta) d\theta \right]$$

kde

$$e_p = bw - y$$

Váhu b pro nastavení podle Aströma a Hägglunda určíme podle vztahu

$$b = 0,81 \exp(0,73\tau + 1,9\tau^2)$$

- **Vyvážené nastavení** (2000) [8]:

$$K = \frac{1}{K_p} \left[1 - \frac{2\tau}{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}} \right]$$

$$T_I = \left[\frac{1 + \sqrt{1 + 2\tau^2}}{2} - \tau \right] T_{ar}$$

kde τ je opět normalizované dopravní zpoždění. Zjednodušená a často v praxi postačující podoba těchto pravidel je uvedena v článku [5]. Nastavení kromě minimálního překmitu zabezpečuje vyváženost mezi proporcionálními a integračními zásahy a šetří akční členy.

Příklad

Ověřme právě uvedená nastavení pro regulaci procesu obsahujícího dopravní zpoždění s přenosem

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-s}$$

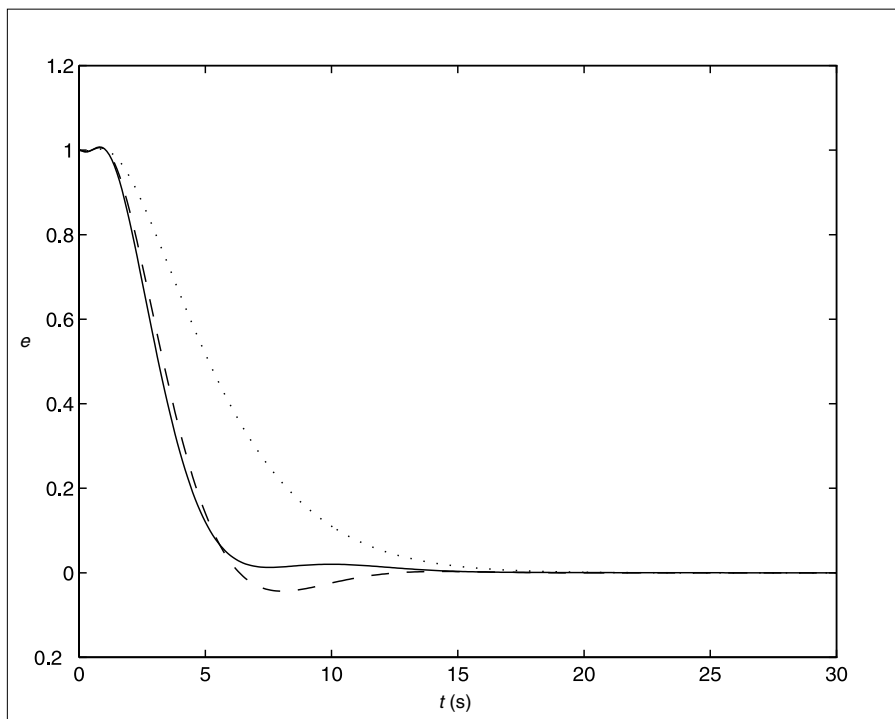
Aplikací výše uvedeného postupu zjistíme, že tomuto procesu odpovídá tříparametrový model s $K_p = 1$, $L = 1,65$ s, $T = 1,39$ s, $T_{ar} = 3,04$ s a $\tau = 0,54$. Jde tedy o proces se středním stupněm obtížnosti regulace. Přírodním výpočtem zjistíme parametry PI regulátoru, které jsou pro jednotlivé způsoby nastavení uvedeny v následujícím přehledu:

Fruehauf a kol.: $K = 0,42$, $T_I = 1,39$ s

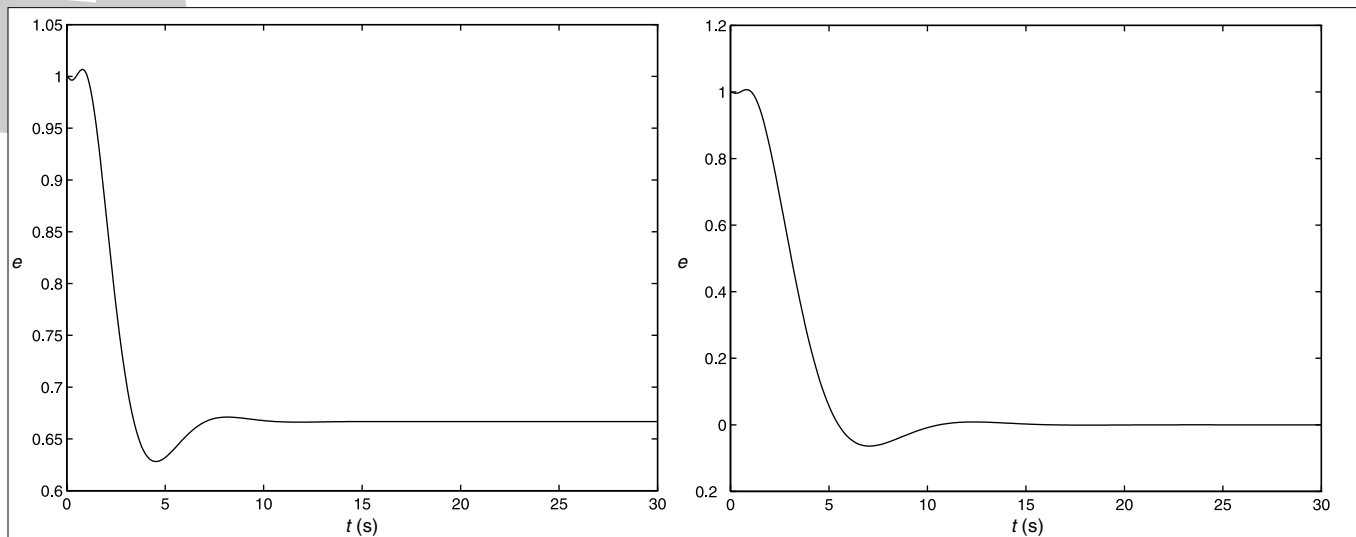
Aström a Hägglund: $K = 0,17$, $T_I = 0,99$ s

Vyvážené nastavení: $K = 0,52$, $T_I = 1,79$ s

Odpovídající odezvy regulačního obvodu na jednotkový skok žádané hodnoty můžeme porovnat na obr. 3 (e označuje regulační odchylku). Odezva odpovídající nastavení označovanému jako Fruehauf a kol. je na obr. 3 vyznačena čárkovanou čarou, odezva pro nastavení podle Aströma a Hägglunda tečkovaně (pro $b = 1$, tj. neuvažujeme vážení proporcionální části) a odezva odpovídající vyváženému nastavení plnou čarou. Můžeme pozorovat, že výsledkem všech tří nastavení jsou regulační odezvy, které mají minimální přeregulování a jsou relativně rychlé a dobře tlumené. V případě nastavení podle Aströma a Hägglunda lze odezvu urychlit vážením proporcionální části.



Obr. 3. Odezvy regulačního obvodu na jednotkový skok žádané hodnoty (čárkovaně pro nastavení podle Fruehaufa a kol., tečkovaně pro nastavení podle Aströma-Hägglunda, plně pro vyvážené nastavení)



Obr. 4. Regulační odezvy metodou pokusů a omylů

PID regulátory

Uvedeme vztahy, kterými se na základě znalosti K_p , L a T určují parametry PID regulátoru – proporcionální zesílení K , integrační časová konstanta T_I a derivační časová konstanta T_D . PID regulátor uvažujeme ve tvaru

$$u(t) = K \left[e(t) + \frac{1}{T_I} \int_0^t e(\theta) d\theta + T_D \frac{de(t)}{dt} \right]$$

- **Fruehauf a kol.** (1993) [4]:

Nastavení je stejné jako v případě PI regulátoru, derivační časovou konstantu v obou případech volíme jako

$$T_D \leq 0,5L$$

- **Aström a Hägglund** (1995) [1]:

$$K = 3,8 \frac{T}{K_p L} \exp(-8,4\tau + 7,3\tau^2)$$

$$T_I = 5,2L \exp(-2,5\tau - 1,4\tau^2)$$

$$T_D = 0,89L \exp(-0,37\tau - 4,1\tau^2)$$

kde τ je podobně jako v případě PI regulátoru normalizované dopravní zpoždění. Podobně jako u PI regulátoru lze u tohoto nastavení vážit regulační odchylku u proporcionální části (pouze) PID regulátoru. Váha b je dána vztahem

$$b = 0,4 \exp(0,18\tau + 2,8\tau^2)$$

- **Vyvážené nastavení** (2000) [8]:

Nastavení je stejné jako v případě PI regulátoru, derivační časovou konstantu, je-li použita, volíme jako

$$T_D \leq \frac{T_I}{4}$$

přičemž Aström a Hägglund v [1] uvádějí, že právě poměr $T_I/T_D = 4$ je nejlepší volbou pro většinu procesů.

5. Nastavení metodou pokusů a omylů

Za léta používání a zkušeností s PID regulátory se ustálil přibližně následující postup ([2], [3]): Především při použití metody pokusů a omylů platí zásada, že se parametry regulátoru nastavují v pořadí P, I, D, tj. začínáme nastavením proporcionálního zesílení K , potom nastavíme integrační časovou konstantu T_I a naposled derivační časovou konstantu T_D . V počáteční fázi nastavování integrační a derivační složku vypneme.

Krok 1

Eliminujeme vliv integrační složky (nastavíme na maximum) a derivační složky (nastavíme na minimum).

Krok 2

V ručním režimu regulátoru nastavíme proporcionální zesílení na nízkou hodnotu (např. 0,5) a přepneme regulátor do automatického režimu.

Krok 3

Zvyšujeme proporcionální zesílení K po malých přírůstcích až do dosažení vhodného kompromisu mezi rychlostí odezvy a jejich kmitavostí, který daným technologickým požadavkům vyhovuje.

Krok 4

Snižujeme postupně integrační časovou konstantu T_I a zpravidla tím také odstraňujeme trvalou regulační odchylku. Opět skončíme u velikosti, při které regulační pochody vyhovují.

Krok 5

Zvyšujeme derivační časovou konstantu T_D , jejíž účinek (zvýšení rychlosti a stability) opět platí do určité míry.

Příklad

Budeme-li tímto způsobem nastavovat PI regulátor pro proces z předchozího příkladu,

v kroku 2 nastavíme proporcionální zesílení regulátoru $K = 0,5$. To vede k přijatelné odezvě na obr. 4 vlevo. Začneme tedy snižovat integrační časovou konstantu. Zastavíme-li se na $T_I = 1,5$ s, která odpovídá 10% přeregulování, obdržíme odezvu na obr. 4 vpravo, která by mohla plně vyhovovat.

Literatura:

- [1] ASTRÖM, K. – HÄGGLUND, T.: PID Controllers: Theory, Design, and Tuning. Instrument Society of America, 1995.
- [2] KIONG, T. – QING-GUO, W. – CHIEH, H. – HÄGGLUND, T.: Advances in PID Control. Springer-Verlag 1999.
- [3] SEBORG, D. – EDGAR, T. – MELLICHAMP D.: Process Dynamics and Control. John Wiley & Sons 1989.
- [4] O'DWYER, A.: (2000). A Summary of PI and PID Controller Tuning Rules for Processes with Time Delay. Part I, Part II. In: IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control. PID'00, Terrassa, Spain, 2000, pp. 175-180, 242-247.
- [5] KLÁN, P. – GOREZ, R.: Vyvážené nastavení PI regulátorů. AUTOMA 6, 2000, č. 4, s. 49-53.
- [6] KLÁN, P.: Ziegler-Nicholsovo nastavení PID regulátorů – retrospektiva. AUTOMA 6, 2000, č. 4, s. 54.
- [7] KLÁN P. a kol.: Adaptivní PID regulátory s monolitickými počítači. ÚTIA AV ČR 1990.
- [8] GOREZ, R. – KLÁN, P.: Tuning PI Controllers in Two Closed-loop Experiments via a New Design Method. In: IFAC Workshop on Digital Control: Past, Present and Future of PID Control. PID'00, Terrassa, Spain, 2000, pp. 141-148.

doc. Petr Klán,
Ústav informatiky AV ČR Praha
a Univerzita Pardubice